

Predicting Rock Failure Strength Using Deep Learning Technique

Mohammadreza Motahari¹ , Pedram Asgari²

1. Corresponding Author, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, Arak University, Arak, Iran. E-mail: m-motahari@araku.ac.ir

2. Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, Arak University, Arak, Iran. E-mail: p.asgari.02@msc.araku.ac.ir

Article Info

Article type:
Research Article

Article history:

Received

2026-03-09

Received in revised form

2026-05-24

Accepted

2026-06-11

Available online

2026-06-30

Keywords:

Intermediate Stress,
True Triaxial Test,
Rock Failure Strength,
Deep Learning,
Artificial Neural Network

ABSTRACT

The failure behavior of rocks under true triaxial stress conditions is significantly influenced by the intermediate principal stress (σ_2). However, in many traditional rock failure criteria, the effect of this stress component is either neglected or treated in a simplified manner. The main objective of this study is to investigate the role of the intermediate principal stress in rock failure strength and to evaluate the capability of deep learning-based approaches for predicting the major principal stress at failure (σ_1) under true triaxial stress conditions. A comprehensive database comprising approximately 500 true triaxial experimental results obtained from five different rock types with distinct mechanical properties was employed. In the proposed model, the intermediate (σ_2) and minor (σ_3) principal stresses, together with the rock type, were considered as input variables, while the major principal stress at failure (σ_1) was defined as the model output. The experimental results indicate that an increase in the intermediate principal stress has a significant strengthening effect on rock failure resistance. Moreover, the deep learning model demonstrates high predictive accuracy and a strong capability in capturing the nonlinear relationships governing rock failure behavior under true triaxial stress conditions. These findings suggest that the proposed model can be regarded as a reliable tool for predicting rock failure strength in geotechnical and mining engineering applications.

Cite this article: Motahari, Mohammadreza., & Asgari, Pedram. (2026). Predicting Rock Failure Strength Using Deep Learning Technique. *Advanced Modeling in Civil Engineering*, 3(2), 1-19.

DOI: 10.22126/amcen.2026.13602.1072



© The Author(s).

DOI: 10.22126/amcen.2026.13602.1072

Publisher: Razi University

Introduction

Rocks exhibit a more brittle behavior compared to metallic materials, and their failure is primarily influenced by inherent microcracks, structural heterogeneity, and the prevailing stress field. Under high-stress conditions, particularly at great depths, the initiation, propagation, and coalescence of cracks play a decisive role in the rock failure mechanism. Therefore, a precise understanding of rock failure behavior is essential for the safe and stable design of underground structures, deep tunnels, storage spaces, and mining projects. As engineering structures extend deeper, in-situ stress conditions become increasingly complex, and the assumption of symmetric stresses is no longer valid. Field measurements indicate that the three principal stresses (σ_1 , σ_2 , σ_3) are generally unequal, and their differences intensify with depth. Under these conditions, rock mechanical behavior and failure strength can significantly differ from results obtained in conventional triaxial tests, highlighting the need for investigations under true triaxial stress conditions. Many traditional rock failure criteria, including the Mohr–Coulomb criterion, neglect the effect of the intermediate principal stress (σ_2) and consider failure solely as a function of maximum and minimum principal stresses. Such simplifications limit the accuracy of predicting rock failure under triaxial stress states. Consequently, data-driven approaches, particularly deep learning methods, have recently emerged as powerful tools for modeling complex, nonlinear relationships in rock mechanics. These approaches enable accurate prediction of the maximum principal stress at failure (σ_1) based on true triaxial test data, offering a robust and reliable means to enhance the safety and performance assessment of underground and geotechnical projects.

Method

In this study, a data-driven deep learning approach was employed to analyze rock failure behavior under true triaxial stress conditions and to predict the major principal stress at failure (σ_1). The dataset consisted of 500 true triaxial test results obtained from five rock types with different mechanical characteristics, in which the three principal stresses σ_1 , σ_2 , and σ_3 were independently applied and measured. These data realistically represent in-situ stress conditions at depth and allow explicit investigation of the role of the intermediate principal stress. Prior to model development, the raw experimental data were systematically preprocessed, including inspection for missing or inconsistent values, removal of unreliable samples, normalization of input and output variables, and random but controlled partitioning into training, validation, and testing subsets. The intermediate principal stress (σ_2) and the minimum principal stress (σ_3) were selected as input variables, while the major principal stress at failure (σ_1) was defined as the model output. The deep learning model was implemented using a Sequential artificial neural network in the TensorFlow/Keras framework. The network architecture consisted of three fully connected hidden layers with ReLU activation functions and a linear output layer. Model training was performed using the Adam optimizer with the mean squared error loss function. Model performance was evaluated using MAE, MSE, and the coefficient of determination (R^2), complemented by graphical analyses to assess the accuracy and stability of the predictions.

Results

This section presents the results of true triaxial experiments and evaluates the performance of the deep learning model in predicting the major principal stress at failure (σ_1) for five different rock types. Scatter plots of σ_1 versus σ_2 , color-coded by σ_3 , indicate a consistent positive and predominantly nonlinear relationship between the intermediate principal stress and rock failure strength across all rock types. Increasing σ_2 leads to a systematic increase in load-bearing capacity, while higher σ_3 levels further enhance this effect through confining pressure. Despite differences in geological origin and strength range, the overall mechanical response under true triaxial stress conditions exhibits a stable and coherent pattern. The predictive performance of the deep learning model was assessed individually for each rock type. The close clustering of predicted values around the one-to-one line in the real versus predicted plots, together with high coefficients of determination, confirms the accuracy and robustness of the model. Although relatively higher prediction errors were observed for rocks with high strength and more complex mechanical behavior, such as KTB amphibolite, the model successfully captured the dominant trends in σ_1 variation and remained reliable from an engineering perspective. Both graphical and numerical comparisons demonstrate that the model effectively incorporates the combined influence of the intermediate and minimum principal stresses in predicting failure strength. Furthermore, the aggregated analysis across all rock types shows that, despite reduced accuracy compared to single-rock models, the global model reproduces the general resistance trend satisfactorily. Overall, the results confirm the strong capability of the proposed deep learning approach to simulate rock failure behavior under realistic true triaxial stress conditions.

Conclusions

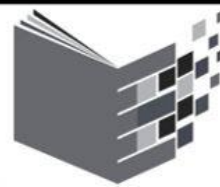
This study investigated rock failure behavior under true triaxial stress conditions with a particular focus on the influence of the intermediate principal stress (σ_2), and developed a deep learning-based model to predict the major principal stress at failure (σ_1). Analysis of true triaxial experimental data for different rock types revealed a consistent positive and predominantly nonlinear relationship between σ_2 and σ_1 . The intermediate principal stress plays a significant role in controlling rock strength and that neglecting its effect, as commonly assumed in conventional failure criteria, may lead to inaccurate strength predictions. The experimental observations further showed that increasing the minimum principal stress (σ_3) enhances rock strength through confining pressure and contributes to a more stable mechanical response. Despite differences in lithology, microstructure, and strength range among the studied rocks, a coherent mechanical trend governed by the combined effects of σ_2 and σ_3 was observed under true triaxial loading conditions.

Author Contributions

All authors participated in writing and revising the article.

Conflict of Interest

Authors declared no conflict of interest.



پیش بینی مقاومت شکست سنگ با استفاده از روش یادگیری عمیق

محمد رضا مطهری^۱، پدram عسگری^۲

۱. نویسنده مسئول، گروه مهندسی عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه اراک، اراک، ایران. رایانامه: m-motahari@araku.ac.ir

۲. گروه مهندسی عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه اراک، اراک، ایران. رایانامه: p.asgari.02@msc.araku.ac.ir

اطلاعات مقاله	چکیده
نوع مقاله: مقاله پژوهشی تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۱۲/۲۰ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۵/۰۳/۰۳ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۵/۰۳/۲۱ تاریخ انتشار: ۱۴۰۵/۰۴/۰۹ کلیدواژه ها: تنش میانی، آزمایش سهمحوری واقعی، مقاومت شکست سنگ، یادگیری عمیق، شبکه عصبی مصنوعی	رفتار شکست سنگ ها تحت شرایط تنش سهمحوری واقعی به طور قابل توجهی تحت تأثیر تنش اصلی میانی (σ_2) قرار دارد. با این حال، در بسیاری از معیارهای سنتی شکست سنگ، اثر این مؤلفه تنش نادیده گرفته شده یا به صورت ساده سازی شده لحاظ می شود. هدف اصلی این پژوهش، بررسی نقش تنش اصلی میانی در مقاومت شکست سنگ ها و ارزیابی توانایی روش های مبتنی بر یادگیری عمیق در پیش بینی تنش اصلی بیشینه در لحظه شکست (σ_1) تحت شرایط تنش سهمحوری واقعی است. یک پایگاه داده جامع شامل حدود ۵۰۰ نتیجه آزمایش سهمحوری واقعی مربوط به پنج نوع سنگ با ویژگی های مکانیکی متفاوت مورد استفاده قرار گرفت. در مدل پیشنهادی، تنش های اصلی میانی (σ_2) و کمینه (σ_3) به همراه نوع سنگ به عنوان متغیرهای ورودی و تنش اصلی بیشینه در لحظه شکست (σ_1) به عنوان خروجی مدل در نظر گرفته شد. نتایج آزمایشگاهی نشان داد که افزایش تنش میانی نقش مؤثری در افزایش مقاومت شکست سنگ ها دارد. همچنین نتایج حاصل از مدل یادگیری عمیق بیانگر دقت بالا و توانایی مناسب آن در بازنمایی روابط غیرخطی حاکم بر رفتار شکست سنگ ها تحت شرایط تنش سهمحوری واقعی است. این یافته ها نشان می دهد که مدل ارائه شده می تواند به عنوان ابزاری قابل اعتماد در مسائل مهندسی ژئوتکنیک و معدن مورد استفاده قرار گیرد.

استناد: مطهری، محمد رضا؛ عسگری، پدram. (۱۴۰۵). پیش بینی مقاومت شکست سنگ با استفاده از روش یادگیری عمیق. مجله مدل سازی پیشرفته

DOI: 10.22126/amcen.2026.13602.1072

در مهندسی عمران، ۳(۲)، ۱-۱۹.



© نویسندگان.

ناشر: دانشگاه رازی.

۱. مقدمه

سنگ ها در مقایسه با مواد فلزی رفتار تردتری از خود نشان می دهند و شکست آن ها عمدتاً تحت تأثیر ریزترک های ذاتی، ناهمگنی ساختاری و میدان تنش حاکم رخ می دهد. در شرایط تنش بالا و به ویژه در اعماق زیاد، آغاز، گسترش و همگرایی ترک ها نقش تعیین کننده ای در مکانیزم شکست سنگ ایفا می کند. از این رو، شناخت دقیق رفتار شکست سنگ برای طراحی ایمن و پایدار سازه های زیرزمینی، تونل های عمیق، فضاهای ذخیره سازی و پروژه های معدنی از اهمیت اساسی برخوردار است [۱].

با افزایش عمق سازه های مهندسی، شرایط تنش درجا پیچیده تر شده و فرض تنش های متقارن دیگر معتبر نیست. اندازه گیری های میدانی نشان می دهد که سه تنش اصلی (σ_1 ، σ_2 و σ_3) معمولاً برابر نبوده و اختلاف میان آن ها با افزایش عمق تشدید می شود [۲]. در چنین شرایطی، رفتار مکانیکی و مقاومت شکست سنگ ها با نتایج حاصل از آزمایش های سه محوری معمولی تفاوت قابل توجهی دارد و نیاز به بررسی تحت شرایط تنش سه محوری واقعی وجود دارد. با وجود این، بسیاری از معیارهای متداول شکست سنگ، از جمله معیار موهر-کولمب، اثر تنش اصلی میانی (σ_2) را نادیده گرفته و شکست را صرفاً تابعی از تنش های اصلی بیشینه و کمینه در نظر می گیرند [۳-۵]. این ساده سازی اگرچه کاربرد مهندسی گسترده ای دارد، اما شواهد آزمایشگاهی متعدد نشان می دهد که σ_2 نقش مهمی در تعیین مقاومت شکست، الگوی ترک خوردگی و مکانیزم گسیختگی سنگ تحت شرایط تنش سه محوری ایفا می کند. بنابراین، آزمایش های سه محوری واقعی به عنوان ابزاری ضروری برای بازنمایی دقیق رفتار مکانیکی سنگ ها در میدان تنش ناهمسانگرد توسعه یافته اند.

با این حال، انجام آزمایش های سه محوری واقعی به دلیل پیچیدگی تجهیزات، هزینه بالا و زمان بر بودن، محدودیت هایی دارد و توسعه مدل های تحلیلی که بتوانند اثر هم زمان سه تنش اصلی را به درستی لحاظ کنند، همچنان با چالش مواجه است. افزون بر این، ماهیت غیرخطی و ناهمگن سنگ ها موجب می شود که مدل های مبتنی بر

فرضیات تحلیلی ساده، توانایی محدودی در پیش بینی دقیق مقاومت شکست داشته باشند [۶].

در سال های اخیر، روش های داده محور و به ویژه یادگیری ماشین و یادگیری عمیق به عنوان ابزارهایی قدرتمند برای مدل سازی روابط پیچیده و غیرخطی در مسائل ژئومکانیکی مورد توجه قرار گرفته اند. این روش ها با اتکا به داده های آزمایشگاهی، قادرند بدون نیاز به ساده سازی های کلاسیک، الگوهای پنهان میان مؤلفه های تنش و پاسخ مکانیکی سنگ را استخراج کنند [۷، ۸]. استفاده از شبکه های عصبی عمیق می تواند رویکردی مؤثر برای پیش بینی مقاومت شکست سنگ تحت شرایط تنش سه محوری واقعی فراهم آورد و دقت پیش بینی را نسبت به مدل های تحلیلی سنتی به طور قابل توجهی افزایش دهد.

مطالعات جدید نشان داده اند که تنش میانی و ویژگی های ساختاری سنگ ها نقش کلیدی در مقاومت و رفتار شکست دارند. بین^۱ و همکاران (۲۰۱۵) نشان دادند که مسیر اعمال تنش می تواند تا ۲۵ درصد بر مقاومت پیک تأثیر بگذارد [۹] و لی^۲ و همکاران (۲۰۱۶) بر اهمیت تنش میانی و تنش اصلی حداکثر در تغییر شکل و نفوذپذیری سنگ ها تأکید کردند [۱۰]. چن و ابو سلیمان^۳ (۲۰۱۷) مدلی نیمه تحلیلی برای شبیه سازی رفتار غیرخطی پیش و پس از گسیختگی ارائه دادند [۱۱]. روخایار^۴ و همکاران (۲۰۱۷، ۲۰۱۸) اثر تنش متوسط و سه محوری واقعی را بر مقاومت بتن و ماسه سنگ بررسی کردند [۱۲، ۱۳] و چن^۵ و همکاران (۲۰۱۸) نشان دادند که افزایش ضریب تنش اصلی متوسط، زاویه اصطکاک داخلی و رفتار هیدرولیکی سنگ ها را بهبود می بخشد [۱۴]. جیانگ^۶ و همکاران (۲۰۱۹) ارتباط مستقیم σ_2 با شکست ناگهانی و ریزش سنگ را آشکار ساختند [۱۵] و گائو^۷ (۲۰۲۰) نشان داد که تغییرات ساختار درونی ماسه سنگ بر الگوی تنش-کرنش و رفتار مکانیکی سنگ اثر مستقیم دارد و روش های یادگیری عمیق می توانند این اثرات را دقیق تر پیش بینی کنند [۱۶]. ونگ و لیو^۸ (۲۰۲۱) مدلی دقیق برای سنگ های نرم ارائه کردند [۱۷]، وی یو^۹ و همکاران (۲۰۲۱) نشان دادند که افزایش تنش میانی مقاومت دینامیکی و مدول الاستیک سنگ ها را بهبود

^۶ Jiang^۷ Gao^۸ Wang & Lio^۹ Wei You^۱ Yin^۲ Li^۳ Chen & Abousleiman^۴ Rukhaiyar^۵ Chen

کدهای استفاده شده در مدل یادگیری عمیق نیازمند پردازش سریع و خوانش منظم داده‌ها می‌باشند. به همین منظور، با استفاده از نرم افزار اکسل^{۱۵}، داده‌ها در یک فایل به کد یادگیری عمیق الحاق شدند تا علاوه بر نظم بیشتر، سرعت اجرای کد بالاتر رود.

۲-۲. گردآوری داده‌ها و مبانی آزمایشگاهی

در این مقاله، به منظور بررسی رفتار شکست سنگ‌ها تحت شرایط تنش سه‌محوری و توسعه یک مدل داده‌محور قابل اعتماد، از مجموعه‌ای جامع شامل نتایج آزمایش‌های سه‌محوری واقعی استفاده شد. داده‌های مورد استفاده شامل ۵۰۰ نتیجه آزمایش سه‌محوری واقعی [۳، ۲۰ و ۲۴] هستند که بر روی پنج نوع سنگ با ویژگی‌های مکانیکی و ساختاری متفاوت انجام شده‌اند. این مجموعه داده، دامنه وسیعی از شرایط تنشی و پاسخ‌های مکانیکی سنگ‌ها را پوشش می‌دهد و از نظر آماری و فیزیکی، نماینده‌ای مناسب از رفتار واقعی سنگ‌ها تحت بارگذاری سه‌بعدی محسوب می‌شود. تعداد آزمایش‌های سه‌محوری واقعی انجام شده و داده‌های استفاده شده در هر شکل به تفکیک سنگ در جدول (۱) ارائه شده است.

جدول ۱. تعداد داده‌های مورد استفاده در هر شکل

نوع سنگ	آزمایش سه‌محوری واقعی	تعداد داده‌های مورد نیاز برای آموزش	تعداد داده‌های مورد نیاز برای آزمایش
ماسه سنگ	۹۸	۲۹	۳۰
تراکیت میزووهو	۹۲	۲۸	۲۱
آمفیبولیت KTB	۸۹	۲۷	۳۱
گرانیت	۱۱۰	۳۳	۳۴
دولومیت دونهام	۱۱۱	۳۳	۳۸
کلیه سنگ‌ها	-	۱۲۰	-

آزمایش‌های سه‌محوری واقعی با هدف شبیه‌سازی دقیق میدان تنش درجا در اعماق زمین انجام می‌شوند، به گونه‌ای که سه تنش اصلی بیشینه (σ_1)، میانی (σ_2) و کمینه (σ_3) به طور مستقل و کنترل شده بر نمونه اعمال می‌گردند. این ویژگی، آزمایش سه‌محوری واقعی را از

می‌بخشد [۱۸]، و ونگ^{۱۰} و همکاران (۲۰۲۲) نقش غیرخطی ویژگی‌های ساختاری و نوع سیمان‌شدگی را در رفتار شکست سنگ‌های آواری نشان دادند [۱۹]. مطهری و اداوی (۲۰۲۲) در پژوهشی نقش تنش میانی در رفتار گسیختگی پنج نوع سنگ را بررسی کردند [۲۰]. یوان‌سان^{۱۱} و همکاران (۲۰۲۴) و فنگ^{۱۲} و همکاران (۲۰۲۴) تأثیر جهت‌گیری تنش‌ها و زاویه صفحات ساختاری بر مقاومت و الگوی شکست را مورد بررسی قرار دادند [۲۱، ۲۲] و وو^{۱۳} و همکاران (۲۰۲۵) نشان دادند که یادگیری عمیق قادر است رفتار غیرخطی و پیچیده مقاومت شکست سنگ‌های ترک‌دار تحت تنش‌های محصورکننده بالا را با دقت بالا پیش‌بینی کند [۲۳].

با توجه به این مطالعات، روشن است که بهره‌گیری از روش‌های یادگیری عمیق در تحلیل رفتار شکست سنگ‌ها، به ویژه تحت اثر تنش میانی و ویژگی‌های ساختاری، دقت پیش‌بینی مقاومت شکست را به طور قابل توجهی افزایش می‌دهد. این رویکرد نوین، امکان تحلیل دقیق‌تر و ایمن‌تر سازه‌های زیرزمینی و پروژه‌های ژئومکانیکی را فراهم می‌آورد. بر این اساس، هدف مقاله حاضر بررسی نقش تنش اصلی میانی (σ_2) در رفتار شکست سنگ و توسعه یک مدل یادگیری عمیق برای پیش‌بینی تنش اصلی بیشینه در لحظه شکست (σ_1) بر پایه داده‌های آزمایش سه‌محوری واقعی است. استفاده از مجموعه‌ای جامع شامل ۵۰۰ نتیجه آزمایش سه‌محوری واقعی بر روی انواع مختلف سنگ، این امکان را فراهم می‌کند تا رفتار شکست سنگ‌ها تحت میدان تنش واقعی با دقت بالاتری مدل‌سازی شده و گامی مؤثر در جهت بهبود تحلیل پایداری سازه‌های ژئومکانیکی برداشته شود.

۲. روش‌شناسی پژوهش

۲-۱. انتخاب نرم‌افزار و فضای مناسب برای مدل‌سازی

در این مقاله، به دلیل پیچیدگی مدل یادگیری عمیق و نیاز به تحلیل دقیق داده‌ها از نرم افزار پایتون^{۱۴} استفاده شد. پایتون با بهره‌گیری از اجرا سلول به سلول، بستری مناسب برای خطایابی و اجرای بهتر کدها فراهم می‌کند.

¹³ Wu

¹⁴ Python

¹⁵ Excel

¹⁰ Wang

¹¹ Yuan Sun

¹² Feng

مهندسی ژئوتکنیک برخوردار است. تعریف ساختار ورودی-خروجی به این شکل، امکان مدل سازی مستقیم رابطه غیرخطی بین مؤلفه های تنش و مقاومت شکست سنگ را فراهم می سازد و بستر مناسبی برای توسعه مدل های داده محور با قابلیت تعمیم پذیری بالا ایجاد می کند.

۴-۲. پیش پردازش داده ها

پیش از توسعه مدل یادگیری عمیق، داده های خام حاصل از آزمایش های سه محوری واقعی تحت یک فرآیند پیش پردازش سیستماتیک قرار گرفتند تا کیفیت، سازگاری و قابلیت استفاده آنها در فرآیند مدل سازی افزایش یابد. این مرحله نقش کلیدی در بهبود همگرایی مدل، کاهش خطای پیش بینی و جلوگیری از بروز سوگیری های عددی ایفا می کند.

در گام نخست، داده ها از نظر کامل بودن و وجود مقادیر مفقود یا ناسازگار مورد بررسی قرار گرفتند. نمونه هایی که دارای اطلاعات ناقص یا مقادیر غیر واقعی تنش بودند، مطابق معیارهای از پیش تعیین شده حذف شدند تا پایگاه داده نهایی از نظر فیزیکی و آماری معتبر باقی بماند. این مرحله از پیش پردازش در قالب یک رویه محاسباتی پیاده سازی شد تا قابلیت بازتولید نتایج تضمین شود.

در ادامه، داده ها از نظر دامنه تغییرات بررسی شده و به منظور جلوگیری از غلبه مقادیر بزرگتر تنش بر فرآیند یادگیری شبکه عصبی، عملیات نرمال سازی انجام گرفت. در این مقاله، تمامی متغیرهای ورودی و خروجی با استفاده از روش مقیاس بندی خطی به بازه بدون بُعد مشخص منتقل شدند. این فرآیند باعث افزایش پایداری عددی الگوریتم آموزش و بهبود سرعت همگرایی مدل شد.

پس از نرمال سازی، داده ها به مجموعه های آموزش و آزمون تقسیم شدند. این تقسیم بندی به صورت تصادفی اما کنترل شده انجام گرفت تا توزیع آماری متغیرها در هر دو مجموعه حفظ شود. نسبت داده های آموزشی و آزمون به گونه ای انتخاب شد که هم یادگیری مؤثر مدل و هم ارزیابی مستقل عملکرد آن امکان پذیر باشد.

۵-۲. ساختار شبکه عصبی مصنوعی مبتنی بر یادگیری عمیق

پیش به منظور مدل سازی رابطه غیرخطی میان مؤلفه های تنش سه محوری واقعی و مقاومت شکست سنگ، از یک شبکه عصبی مصنوعی مبتنی بر یادگیری عمیق استفاده شد. مدل پیشنهادی با

آزمایش های سه محوری معمولی متمایز می سازد، زیرا در آزمون های معمولی، تنش میانی با تنش محصورکننده برابر فرض شده و اثر مستقل آن در نظر گرفته نمی شود. در حالی که شواهد آزمایشگاهی و میدانی نشان می دهند که تنش اصلی میانی می تواند نقش مهمی در تعیین مقاومت شکست، الگوی ترک خوردگی و مکانیزم گسیختگی سنگ ایفا کن.

انتخاب داده های آزمایشگاهی واقعی، به جای داده های شبیه سازی شده یا مصنوعی، موجب افزایش اعتبار فیزیکی نتایج و قابلیت تعمیم مدل توسعه یافته می شود. تنوع نوع سنگ ها و گستره مقادیر تنش های اعمال شده در این مجموعه داده، امکان تحلیل رفتار شکست سنگ ها را تحت شرایط تنش واقعی و ناهمسانگرد فراهم کرده و بستر مناسبی برای توسعه و ارزیابی مدل های پیش بینی مبتنی بر یادگیری عمیق ایجاد می کند.

۳-۲. تعریف متغیرهای ورودی و خروجی

انتخاب متغیرهای ورودی و خروجی بر اساس اصول مکانیک سنگ، نتایج آزمایش های سه محوری واقعی و هدف اصلی مطالعه انجام شده است. با توجه به این که رفتار شکست سنگ ها تحت شرایط تنش سه محوری به طور مستقیم تابع وضعیت تنش اعمال شده است، تنش های اصلی به عنوان متغیرهای کلیدی در فرآیند مدل سازی در نظر گرفته شدند.

متغیرهای ورودی مدل شامل تنش اصلی میانی (σ_2) و تنش اصلی کمینه (σ_3) می باشند که هر دو به صورت مستقل در آزمایش های سه محوری واقعی کنترل و اندازه گیری شده اند. انتخاب این دو مؤلفه تنش به عنوان ورودی، با هدف بررسی اثر هم زمان تنش محصورکننده و تنش میانی بر رفتار شکست سنگ صورت گرفته است. تنش میانی به عنوان یکی از عوامل مؤثر اما کمتر لحاظ شده در معیارهای شکست کلاسیک، نقش مهمی در تغییر مقاومت نهایی و مکانیزم گسیختگی سنگ ایفا می کند و در این مطالعه به صورت صریح وارد فرآیند پیش بینی شده است.

متغیر خروجی مدل، تنش اصلی بیشینه در لحظه شکست (σ_1) تعریف شده است که بیانگر مقاومت شکست سنگ تحت شرایط تنش اعمال شده می باشد. پیش بینی دقیق این پارامتر از اهمیت بالایی در تحلیل پایداری سازه های سنگی، طراحی حفاریات زیرزمینی و مسائل

جدول ۲. معماری شبکه عصبی مصنوعی یادگیری عمیق و مشخصات آموزش

ویژگی	مشخصات
نوع مدل	شبکه عصبی مصنوعی Sequential در TensorFlow/Kera
ورودی	۲ ویژگی: σ_2 و σ_3 (تنش‌های اصلی میانی و کمینه)
تعداد لایه‌ها	۴ لایه (۳ لایه مخفی + ۱ لایه خروجی)
لایه مخفی ۱	۳۲ Dense نرون، تابع فعال‌سازی ReLU
لایه مخفی ۲	۱۶ Dense نرون، تابع فعال‌سازی ReLU
لایه مخفی ۳	۸ Dense نرون، تابع فعال‌سازی ReLU
لایه خروجی	۱ Dense نرون، بدون تابع فعال‌سازی
تابع خطا	خطای میانگین مربعات
بهینه‌ساز	Adam با نرخ یادگیری ۰.۰۰۵
داده‌های آموزشی	۷۰٪ داده‌ها (X_train, y_train)
داده‌های آزمایشی	۳۰٪ داده‌ها (X_test, y_test)
مقیاس‌دهی داده‌ها	StandardScaler برای هر دو ورودی و خروجی
تعداد دوره	۳۰۰
داده‌های آزمایش	۳۰٪ از داده‌های آموزشی

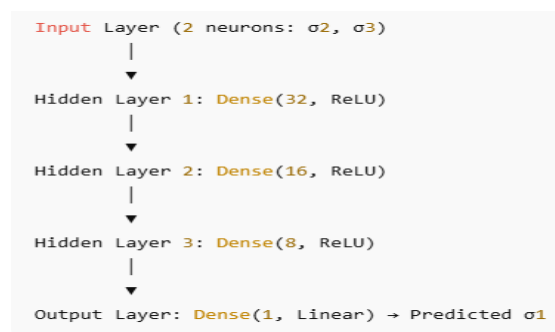
۲-۶. معیارهای ارزیابی عملکرد مدل

پیش‌بینی به‌منظور ارزیابی دقت و کارایی مدل یادگیری عمیق پیشنهادی در پیش‌بینی تنش اصلی بیشینه در لحظه شکست (σ_1)، از سه شاخص آماری متداول شامل میانگین خطای مطلق (MAE^{20})، میانگین مربعات خطا (MSE) و ضریب تعیین (R^2) استفاده شد. این معیارها به‌طور گسترده در مسائل رگرسیونی مهندسی برای سنجش میزان انطباق مقادیر پیش‌بینی شده با داده‌های واقعی به‌کار می‌روند و امکان مقایسه عملکرد مدل‌ها را فراهم می‌کنند. معیار MAE بیانگر میانگین خطای مطلق اختلاف بین مقادیر واقعی و مقادیر پیش‌بینی شده بوده و شاخصی مستقیم از خطای متوسط مدل بدون در نظر گرفتن جهت خطا ارائه می‌دهد. این معیار نسبت به داده‌های پرت حساسیت کمتری دارد و تفسیر آن از دیدگاه مهندسی ساده و قابل فهم است. معیار MSE با مجذور کردن خطاها، به خطاهای بزرگ

بهره‌گیری از چارچوب سکوانشیال^{۱۶} در محیط TensorFlow/Keras پیاده‌سازی گردید که به‌دلیل سادگی، پایداری عددی و کارایی بالا در مسائل رگرسیونی مهندسی، کاربرد گسترده‌ای دارد.

ساختار شبکه شامل چهار لایه متشکل از سه لایه مخفی تمام‌متصل^{۱۷} و یک لایه خروجی است. لایه ورودی شبکه شامل دو متغیر تنش اصلی میانی (σ_2) و تنش اصلی کمینه (σ_3) بوده که پس از مقیاس‌دهی استاندارد وارد شبکه می‌شوند. لایه‌های مخفی اول تا سوم به‌ترتیب شامل ۳۲، ۱۶ و ۸ نرون با تابع فعال‌سازی ReLU هستند. استفاده از تابع ReLU با کاهش مشکل ناپدید شدن گرادینت و افزایش سرعت همگرایی، امکان یادگیری روابط پیچیده و غیرخطی بین تنش‌ها و مقاومت شکست را فراهم می‌کند. لایه خروجی شامل یک نرون با تابع فعال‌سازی خطی بوده که برای پیش‌بینی مقدار پیوسته تنش اصلی بیشینه در لحظه شکست (σ_1) مناسب است.

برای آموزش شبکه، از تابع میانگین مربعات خطا^{۱۸} به‌عنوان معیار بهینه‌سازی استفاده شد و پارامترهای شبکه با الگوریتم Adam و نرخ یادگیری ۰.۰۰۵ به‌روزرسانی گردیدند. داده‌ها به‌صورت تصادفی به ۷۰٪ داده آموزشی و ۳۰٪ داده آزمایشی تقسیم شدند و به‌منظور پایش فرآیند یادگیری و جلوگیری از بیش‌برازش، ۳۰٪ از داده‌های آموزشی به‌عنوان مجموعه اعتبارسنجی در نظر گرفته شد. فرآیند آموزش طی ۳۰۰ دوره^{۱۹} انجام گرفت. جزئیات کامل معماری شبکه عصبی مصنوعی یادگیری عمیق و مشخصات آموزش مدل در جدول (۲) و شماتیک معماری شبکه عصبی مصنوعی در شکل (۱) ارائه شده است.



شکل ۱. شماتیک معماری شبکه عصبی مصنوعی

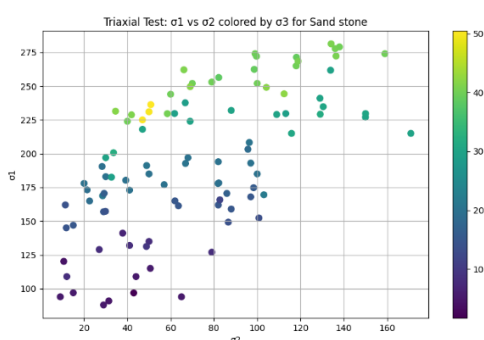
¹⁹ Epoch²⁰ MAE- Mean absolute error¹⁶ Sequential¹⁷ Dense¹⁸ MSE- Mean squared error

شرایط آزمایش سه محوری معمولی ($\sigma_2 = \sigma_3$) و دسته دوم در شرایط آزمایش سه محوری واقعی ($\sigma_2 \neq \sigma_3$)، در هر سطح از تنش محصورکننده σ_3 ، چندین آزمایش با مقادیر مختلف σ_2 انجام گرفت تا میانگین σ_1 محاسبه شود. سپس با مقایسه میانگین σ_1 در شرایط $\sigma_2 \neq \sigma_3$ با σ_1 در شرایط $\sigma_2 = \sigma_3$ ، درصد افزایش مقاومت ناشی از حضور تنش میانی برای هر سنگ و هر سطح σ_3 تعیین گردید. روند تغییرات تأثیر تنش میانی بر حسب σ_3 برای هر سنگ تحلیل شده است.

۳. یافته‌های پژوهش

۳-۱. بررسی نتایج آزمایش سه محوری واقعی

شکل (۲) نتایج آزمایش‌های سه محوری واقعی انجام شده بر روی نمونه‌های ماسه سنگ را به صورت نمودار پراکندگی تنش اصلی بیشینه (σ_1) بر حسب تنش اصلی میانی (σ_2) با نمایش رنگی تنش اصلی کمینه (σ_3) نشان می‌دهد. توزیع نقاط بیانگر وجود رابطه‌ای مثبت و غیرخطی میان σ_1 و σ_2 است، به گونه‌ای که با افزایش تنش میانی، مقاومت شکست ماسه سنگ به طور فزاینده‌ای افزایش می‌یابد. گرا دیان رنگی مرتبط با σ_3 نشان می‌دهد که افزایش تنش محصورکننده موجب انتقال نقاط داده به نواحی با مقادیر بالاتر σ_1 می‌شود که این امر بیانگر نقش تقویت کننده فشار همه جانبه در بهبود رفتار مقاومتی ماسه سنگ است. یکنواختی پراکندگی نقاط و پیوستگی تغییرات رنگ، حاکی از رفتار مکانیکی همگن و پاسخ پایدار ماسه سنگ در بازه تنش‌های اعمال شده می‌باشد.



شکل ۲. نتایج آزمایش‌های سه محوری واقعی انجام شده بر روی نمونه‌های سنگ ماسه

وزن بیشتری اختصاص می‌دهد و از این رو برای شناسایی پیش‌بینی‌های با انحراف بالا مناسب است. مقدار کمتر MSE نشان‌دهنده همگرایی بهتر مدل به داده‌های واقعی و کاهش خطاهای شدید در فرآیند پیش‌بینی است. ضریب تعیین R^2 میزان توانایی مدل در توضیح تغییرات داده‌های واقعی را نشان می‌دهد و مقدار آن بین صفر و یک متغیر است. مقادیر بالاتر R^2 بیانگر انطباق بهتر مدل با داده‌های آزمایشگاهی و توانایی بیشتر آن در بازنمایی رفتار غیرخطی شکست سنگ تحت شرایط تنش سه محوری واقعی است.

در این مقاله، مقادیر MAE، MSE و R^2 بر اساس داده‌های مجموعه آزمایشی محاسبه شدند تا ارزیابی عملکرد مدل مستقل از فرآیند آموزش انجام گیرد.

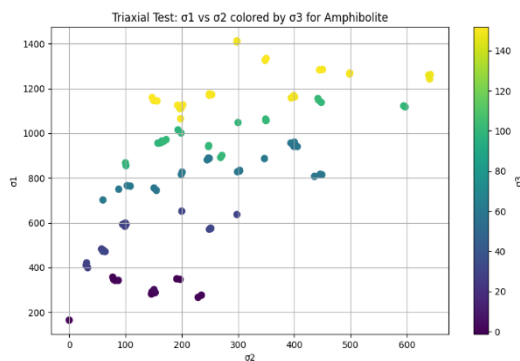
۷-۲. ارزیابی نموداری نتایج

برای بررسی رفتار شکست سنگ‌ها و ارزیابی عملکرد مدل یادگیری عمیق، ابتدا داده‌های واقعی حاصل از آزمایش‌های سه محوری بر روی نمونه‌های هر سنگ تحلیل و نمودارهای پراکندگی σ_1 بر حسب σ_2 و σ_3 رسم شد. این نمودارها نشان‌دهنده رابطه مستقیم بین تنش‌های اصلی و مقاومت شکست هستند و مبنای معتبر برای آموزش مدل فراهم می‌کنند. پس از آموزش شبکه عصبی، نمودارهای مقادیر واقعی مقابل مقادیر پیش‌بینی شده σ_1 برای هر نوع سنگ و همچنین کل مجموعه داده‌ها تهیه شد تا انطباق پیش‌بینی‌های مدل با مقادیر واقعی به صورت تصویری مشخص شود. در این نمودارها، خط ۴۵ درجه به عنوان مرجع نشان‌دهنده پیش‌بینی ایده‌آل در نظر گرفته شده است. در ادامه، نمودارهایی برای مقایسه بهتر مقادیر تنش اصلی بیشینه (σ_1) آزمایش سه محوری واقعی و تنش اصلی بیشینه (σ_1) پیش‌بینی شده توسط یادگیری عمیق رسم شده است. هدف از رسم این نمودارها، درک دقت مدل ساخته شده با یادگیری عمیق است.

۸-۲. بررسی تأثیر تنش میانی بر تنش بیشینه

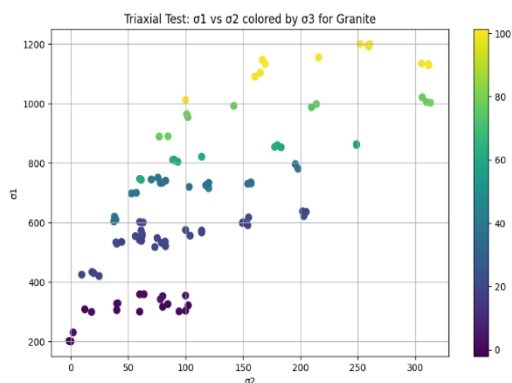
برای بررسی تأثیر تنش میانی بر تنش بیشینه سنگ‌ها، داده‌های حاصل از آزمایش‌های سه محوری حقیقی بر روی پنج نوع سنگ (ماسه سنگ، تراکیت میزوهو، آمفیبولیت KTB، گرانیت و دولومیت دونهام) تحلیل گردید. آزمایش‌ها در دو دسته انجام شد: دسته اول در

²¹ Real vs Predicted



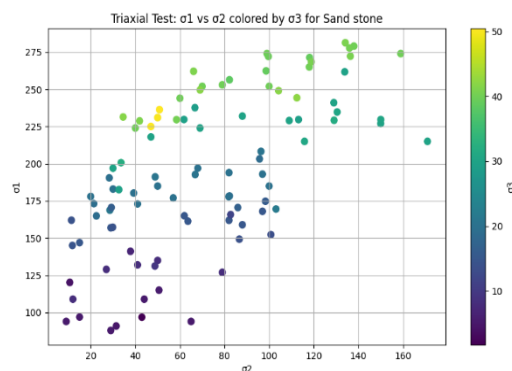
شکل ۴. نتایج آزمایش‌های سه‌محوری واقعی انجام‌شده بر روی نمونه‌های سنگ آمفیبولیت KTB

شکل (۵) نتایج آزمایش‌های سه‌محوری واقعی نمونه‌های گرانیت را به‌صورت نمودار σ_1 بر حسب σ_2 همراه با کد رنگی σ_3 ارائه می‌دهد. برخلاف برخی سنگ‌ها با رفتار کاملاً غیرخطی، رابطه میان σ_1 و σ_2 در گرانیت روندی مثبت و تقریباً خطی را نشان می‌دهد. با افزایش تنش میانی، مقاومت شکست به‌طور سیستماتیک افزایش یافته و این روند در حضور مقادیر بالاتر σ_3 تقویت می‌شود. تجمع نقاط با رنگ‌های تیره‌تر در نواحی با تنش‌های بالاتر نشان‌دهنده نقش مؤثر فشار محصورکننده در افزایش ظرفیت باربری و پایداری مکانیکی گرانیت است. پراکندگی منظم داده‌ها، بیانگر رفتار مقاومتی پایدار و قابلیت اطمینان بالای گرانیت در شرایط تنش سه‌محوری واقعی می‌باشد.



شکل ۵. نتایج آزمایش‌های سه‌محوری واقعی انجام‌شده بر روی نمونه‌های سنگ گرانیت

شکل (۳) نتایج آزمایش‌های سه‌محوری واقعی بر روی نمونه‌های سنگ تراکیت میزوهو را در قالب نمودار σ_1 بر حسب σ_2 با کد رنگی σ_3 نمایش می‌دهد. مشابه ماسه‌سنگ، رابطه‌ای مثبت و غیرخطی میان تنش اصلی بیشینه و تنش میانی در این سنگ آذرین مشاهده می‌شود. افزایش σ_2 موجب افزایش قابل‌توجه σ_1 شده و این روند در سطوح بالاتر σ_3 تشدید می‌شود. تمرکز نقاط با رنگ‌های تیره‌تر در نواحی با σ_1 و σ_2 بالاتر نشان می‌دهد که فشار محصورکننده نقش مؤثری در افزایش مقاومت فشاری و تغییر رفتار سنگ به سمت شکل‌پذیری بیشتر ایفا می‌کند. نظم فضایی داده‌ها و گرادیان یکنواخت رنگ‌ها، بیانگر پایداری مکانیکی و قابلیت پیش‌بینی مناسب رفتار شکست تراکیت میزوهو تحت شرایط تنش سه‌محوری واقعی است.



شکل ۳. نتایج آزمایش‌های سه‌محوری واقعی انجام‌شده بر روی نمونه‌های سنگ تراکیت میزوهو

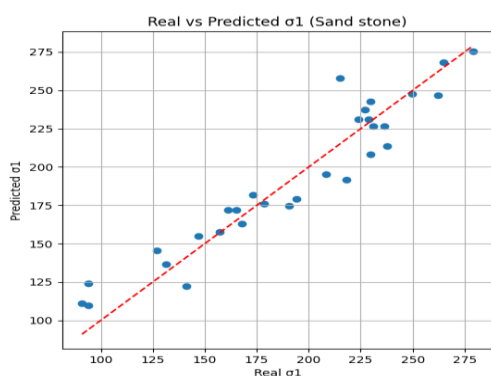
شکل (۴) توزیع نتایج آزمایش‌های سه‌محوری واقعی انجام‌شده بر روی نمونه‌های آمفیبولیت KTB را به‌صورت نمودار پراکندگی σ_1 در مقابل σ_2 با نمایش رنگی σ_3 نشان می‌دهد. نتایج حاکی از وجود رابطه‌ای مثبت و غیرخطی میان تنش میانی و مقاومت شکست است، به‌گونه‌ای که افزایش σ_2 به افزایش فزاینده σ_1 منجر می‌شود. نقاط با مقادیر بالاتر σ_3 عمدتاً در نواحی با σ_1 و σ_2 بزرگ‌تر متمرکز شده‌اند که بیانگر اثر تقویت‌کننده فشار همه‌جانبه و افزایش ظرفیت تحمل تنش میانی در این سنگ دگرگونی است. یکنواختی پراکندگی داده‌ها، پاسخ مکانیکی پایدار و رفتار قابل‌اعتماد آمفیبولیت KTB را در دامنه وسیعی از شرایط تنش تأیید می‌کند.

مدل و نبود سوگیری سیستماتیک در پیش‌بینی مقاومت شکست برای انواع مختلف سنگ‌ها است.

۲-۳. ارزیابی عملکرد مدل یادگیری عمیق برای هر سنگ

عملکرد مدل یادگیری عمیق در پیش‌بینی تنش اصلی بیشینه (σ_1) برای سنگ‌های ماسه‌سنگ، تراکیت میزوهو، آمفیبولیت KTB، گرانیت و دولومیت دونهام ارزیابی شده و مقادیر واقعی با مقادیر پیش‌بینی شده توسط مدل مقایسه شده‌اند. نمودارهای پراکندگی واقعی در مقابل پیش‌بینی شده، دقت و توانایی مدل در بازسازی رفتار مکانیکی سنگ‌ها را نشان می‌دهند و امکان شناسایی نقاط با انحراف بیشتر را فراهم می‌کنند.

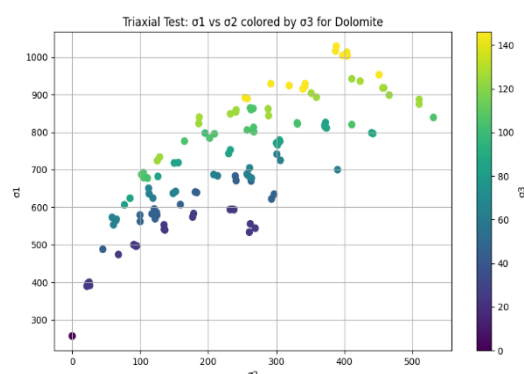
برای ماسه‌سنگ، تمرکز نقاط داده در مجاورت خط برابری، دقت بالای مدل را نشان می‌دهد. میانگین خطای مطلق ($12/67$) و میانگین مربعات خطا ($250/96$) پایین و ضریب تعیین ($0/907$) بیش از 90% تغییرات σ_1 را تبیین می‌کند. نتایج بیانگر توانایی مدل در بازتولید رفتار مکانیکی یکنواخت این سنگ هستند (شکل ۷، جدول ۳).



شکل ۷. نمودار پراکندگی مقادیر واقعی و پیش‌بینی شده تنش اصلی بیشینه (σ_1) برای سنگ ماسه سنگ

در تراکیت میزوهو، با وجود دامنه وسیع‌تر تنش‌ها، مدل عملکرد مطلوبی ارائه داده است. مقادیر میانگین خطای مطلق $14/51$ ، میانگین مربعات خطا $353/82$ همراه با ضریب تعیین بالا ($0/961$) نشان می‌دهند که مدل روابط غیرخطی بین مؤلفه‌های تنش را به خوبی بازنمایی می‌کند (شکل ۸، جدول ۳).

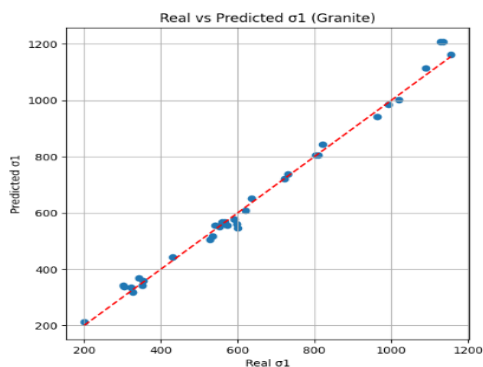
شکل (۶) نتایج آزمایش‌های سه‌محوری واقعی انجام شده بر روی نمونه‌های دولومیت دونهام را به صورت نمودار پراکندگی σ_1 بر حسب σ_2 با نمایش رنگی σ_3 نشان می‌دهد. توزیع نقاط حاکی از وجود رابطه‌ای مثبت و غیرخطی میان تنش میانی و مقاومت شکست است، به گونه‌ای که افزایش σ_2 با افزایش σ_1 همراه می‌باشد. رنگ‌های گرم‌تر که معرف مقادیر بالاتر σ_3 هستند، عمدتاً در نواحی با σ_1 و σ_2 بزرگ‌تر مشاهده می‌شوند که نقش تقویت‌کننده فشار همه‌جانبه در افزایش ظرفیت باربری دولومیت دونهام را تأیید می‌کند. پیوستگی گرادین رنگ و یکنواختی توزیع نقاط، نشان‌دهنده پاسخ مکانیکی پایدار و رفتار شکست قابل پیش‌بینی این سنگ تحت شرایط تنش سه‌محوری واقعی است.



شکل ۶. نتایج آزمایش‌های سه‌محوری واقعی انجام شده بر روی نمونه‌های سنگ دولومیت دونهام

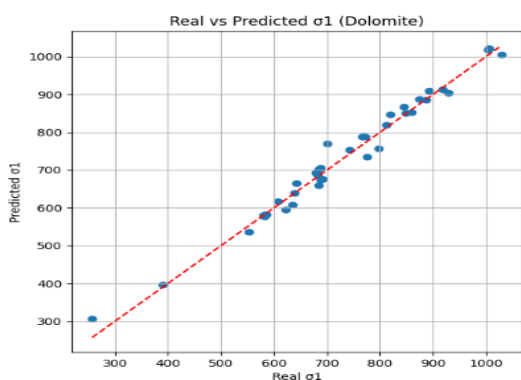
بررسی تطبیقی نتایج آزمایش‌های سه‌محوری واقعی و خروجی‌های مدل یادگیری عمیق برای تمامی سنگ‌ها نشان می‌دهد که با وجود تفاوت در دامنه مقاومت شکست و رفتار مکانیکی، اثر تنش اصلی میانی (σ_2) بر تنش اصلی بیشینه (σ_1) در همه آن‌ها به صورت منسجم قابل مشاهده است. نمودارهای آزمایشگاهی بیانگر افزایش σ_1 با افزایش σ_2 در تمامی سنگ‌ها هستند، اگرچه شدت این وابستگی به ویژگی‌های ذاتی هر سنگ بستگی دارد. تطابق مناسب بین مقادیر واقعی و پیش‌بینی شده σ_1 نشان می‌دهد که مدل توانسته است این روند غیرخطی را در مقیاس چندسنگی به خوبی بازنمایی کند. همچنین توزیع تصادفی باقی‌مانده‌ها حول مقدار صفر حاکی از پایداری

σ_1 و بازتولید رفتار مکانیکی پایدار و همگن این سنگ است (شکل ۱۰، جدول ۳).



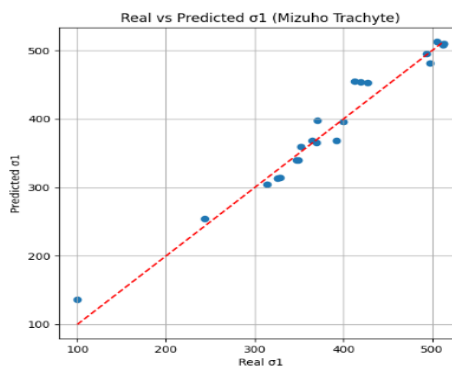
شکل ۱۰. نمودار پراکندگی مقادیر واقعی و پیش‌بینی شده تنش اصلی بیشینه (σ_1) برای سنگ گرانیت

برای دولومیت دونه‌ام نیز مدل عملکرد مناسبی نشان داد. مقدار میانگین خطای مطلق ۱۷/۳۲ و میانگین مربعات خطا ۵۰۵/۷۰ همراه با ضریب تعیین ۰/۹۸۰ تأیید می‌کنند که مدل تغییرات σ_1 را با دقت بالا پیش‌بینی کرده و اثر همزمان تنش‌های میانی و کمینه در رفتار مقاومتی این سنگ کربناته لحاظ شده است (شکل ۱۱، جدول ۳).



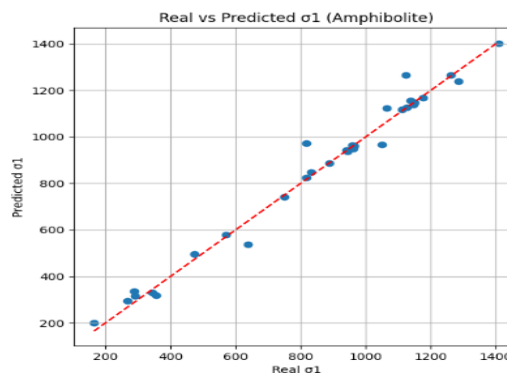
شکل ۱۱. نمودار پراکندگی مقادیر واقعی و پیش‌بینی شده تنش اصلی بیشینه (σ_1) برای سنگ دولومیت دونه‌ام

تحلیل تجمیعی شامل تمام سنگ‌ها نشان می‌دهد که مدل یادگیری عمیق توانایی مناسبی در بازنمایی رفتار کلی مقاومت سنگ‌ها تحت شرایط تنش سه‌محوری واقعی دارد. ضریب تعیین کلی ۰/۶۴۸ بیانگر آن است که بخش قابل توجهی از تغییرات σ_1 توسط متغیرهای ورودی



شکل ۸. نمودار پراکندگی مقادیر واقعی و پیش‌بینی شده تنش اصلی بیشینه (σ_1) برای سنگ تراکیت میزوهو

برای آمفیبولیت KTB، خطاهای پیش‌بینی افزایش یافته‌اند (میانگین خطای مطلق ۲۹/۸۲ و میانگین مربعات خطا ۲۴۴۳/۲۶)، اما ضریب تعیین بسیار بالای مدل (۰/۹۷۹) نشان می‌دهد که بخش عمده تغییرات σ_1 توسط مدل تبیین می‌شود. افزایش خطا ناشی از مقاومت بالا و پیچیدگی رفتار مکانیکی این سنگ دگرگونی است، با این حال عملکرد کلی مدل همچنان از دیدگاه مهندسی قابل اعتماد ارزیابی می‌شود (شکل ۹، جدول ۳).



شکل ۹. نمودار پراکندگی مقادیر واقعی و پیش‌بینی شده تنش اصلی بیشینه (σ_1) برای سنگ آمفیبولیت KTB

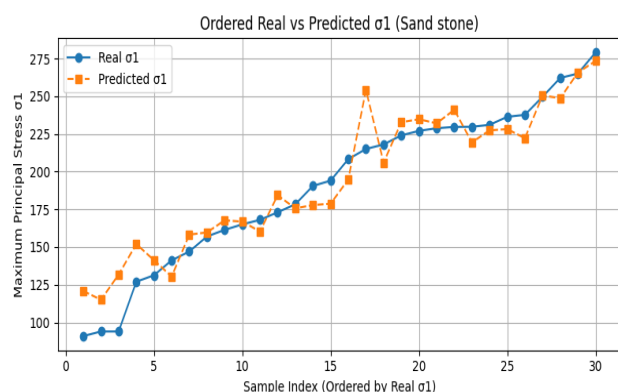
در گرانیت، مدل بهترین عملکرد خود را نشان داده است. مقدار میانگین خطای مطلق ۱۹/۴۸ و میانگین مربعات خطا ۷۳۵/۸۸ همراه با ضریب تعیین ۰/۹۹۰ بیانگر توانایی بالای مدل در پیش‌بینی دقیق

۳-۳. مقایسه مقادیر واقعی و پیش بینی شده مقاومت شکست

برای بررسی دقت و صحت مدل یادگیری عمیق، مقادیر پیش بینی شده توسط شبکه عصبی برای تنش اصلی بیشینه (σ_1) با داده های آزمایش سه محوری واقعی مقایسه شدند. تحلیل شامل دو جنبه بود، اول مقایسه بصری مقادیر واقعی و پیش بینی شده در قالب نمودارهای تطبیقی و دوم مقایسه عددی با استفاده از جداول شامل مقادیر آزمایشگاهی و پیش بینی مدل.

۳-۳-۱. سنگ ماسه سنگ

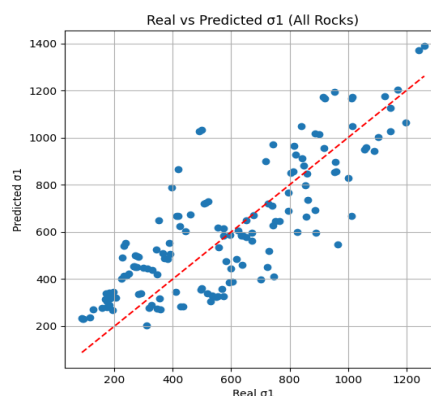
نمودار تطبیقی مقادیر واقعی و پیش بینی شده σ_1 برای نمونه های ماسه سنگ در شکل (۱۳) ارائه شده است. پیش بینی شده توسط مدل با داده های واقعی هم پوشانی قابل توجهی دارند و اختلاف ها اندک هستند. بیشترین اختلاف جزئی در نمونه های ۳ و ۱۲ مشاهده شد که ناشی از ناهمگنی ذاتی سنگ یا پراکندگی طبیعی داده هاست.



شکل ۱۳. مقایسه مقادیر واقعی و پیش بینی شده مقاومت شکست (σ_1) برای سنگ ماسه سنگ

مقایسه عددی این سنگ در جدول (۴) نشان می دهد که مدل پیش بینی های مناسبی ارائه داده و روند تغییرات σ_1 را نسبت به σ_2 و σ_3 به خوبی باز تولید کرده است. این تحلیل همخوانی بصری و عددی مدل را تأیید می کند و نشان می دهد که شبکه عصبی قادر است رفتار مکانیکی یکنواخت ماسه سنگ را با دقت قابل اعتماد شبیه سازی کند.

شامل σ_2 ، σ_3 و نوع سنگ تبیین می شود. کاهش دقت نسبت به مدل های مجزای هر سنگ طبیعی است و ناشی از تنوع ذاتی رفتار مکانیکی و دامنه مقاومتی متفاوت بین سنگ هاست، با این حال روند کلی تغییرات مقاومت به خوبی باز تولید شده و مدل یک برآورد عمومی قابل اعتماد برای کاربردهای مهندسی ارائه می دهد (شکل ۱۲، جدول ۳).



شکل ۱۲. نمودار پراکندگی مقادیر واقعی و پیش بینی شده تنش اصلی بیشینه (σ_1) برای تمام سنگ ها

به طور کلی، مقایسه مقادیر واقعی و پیش بینی شده σ_1 نشان می دهد که مدل یادگیری عمیق هم برای سنگ های منفرد با رفتار مکانیکی یکنواخت و مقاومتی متفاوت دقت بالا دارد و هم قادر است رفتار کلی مجموعه ای از سنگ ها را تحت شرایط تنش سه محوری واقعی پیش بینی کند. این نتایج تأیید می کنند که مدل توسعه یافته یک ابزار معتبر و کاربردی برای تحلیل و شبیه سازی رفتار مکانیکی سنگ ها در مهندسی ژئوتکنیک و معدن است.

جدول ۳. نتایج ارزیابی عملکرد مدل

نوع سنگ	MSE	MAE	R^2
ماسه سنگ	۲۵۰/۹۶	۱۲/۶۷	۰/۹۰۷
تراکیت میزوهو	۳۵۳/۸۲	۱۴/۵۱	۰/۹۶۱
آمفیبولیت KTB	۲۴۴۳/۲۶	۲۹/۸۲	۰/۹۷۹
گرانیت	۷۳۵/۸۸	۱۹/۴۸	۰/۹۹۵
دولومیت دونهام	۵۰۵/۷۰	۱۷/۳۲	۰/۹۸
کلیه سنگ ها	۳۱۴۶۳/۵۴	۱۴۵/۸۶	۰/۶۵۲

بیانگر عملکرد پایدار و قابل اعتماد مدل در پیش‌بینی مقاومت فشاری تراکیت میزوهو هستند.

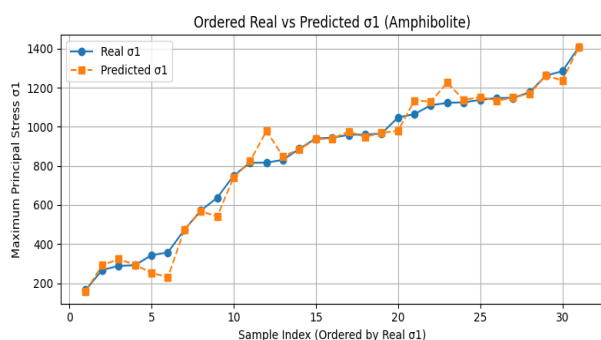
جدول ۵. مقایسه تنش اصلی بیشینه (σ_1) واقعی و پیش‌بینی شده در سنگ

تراکیت میزوهو

تنش اصلی حداقل	تنش اصلی میانی	تنش اصلی حداکثر آزمایش	تنش اصلی حداکثر شبکه عصبی مصنوعی
۱۵	۱۵	۱۹۳	۱۹۴
۳۰	۳۰	۲۵۳	۲۵۰
۴۵	۵۵	۳۱۴	۳۰۵
۴۵	۹۶	۳۳۳	۳۲۷
۴۵	۳۳۲	۳۵۱	۳۶۷
۶۰	۶۰	۳۳۹	۳۳۹
۶۰	۱۹۱	۳۹۶	۳۳۷
۶۰	۲۲۹	۴۰۴	۴۰۳
۷۵	۷۵	۳۶۵	۳۸۲

۳-۳-۳. سنگ آمفیبولیت KTB

نمودار مقایسه‌ای برای آمفیبولیت KTB در شکل (۱۵) ارائه شده است. با توجه به مقاومت بالای این سنگ، خطوط مربوط به مقادیر پیش‌بینی شده و واقعی تقریباً بر یکدیگر منطبق هستند.



شکل ۱۵. مقایسه مقادیر واقعی و پیش‌بینی شده مقاومت شکست (σ_1) برای سنگ آمفیبولیت KTB

مقایسه عددی در جدول (۶) نشان می‌دهد که مدل توانسته است بخش عمده تغییرات σ_1 را پیش‌بینی کند، هرچند در نمونه‌هایی با مقاومت بسیار بالا، اختلاف نسبی کمی مشاهده می‌شود. این تحلیل

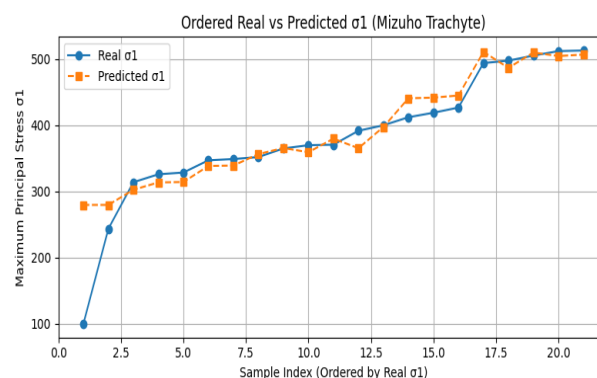
جدول ۴. مقایسه تنش اصلی بیشینه (σ_1) واقعی و پیش‌بینی شده در سنگ ماسه

سنگ

تنش اصلی حداقل	تنش اصلی میانی	تنش اصلی حداکثر آزمایش	تنش اصلی حداکثر شبکه عصبی مصنوعی
۵	۴۴	۱۰۹	۱۱۷
۸	۴۱	۱۳۲	۱۲۸
۸	۵۰	۱۳۵	۱۲۹
۸	۷۹	۱۲۷	۱۳۹
۱۵	۶۲	۱۶۵	۱۵۹
۱۵	۹۷	۱۶۸	۱۶۵
۲۰	۵۰	۱۸۵	۱۸۴
۲۰	۶۸	۱۹۷	۱۸۷
۴۰	۶۰	۲۴۴	۲۴۵

۳-۳-۲. سنگ تراکیت میزوهو

برای تراکیت میزوهو، نمودار تطبیقی در شکل (۱۴) نشان می‌دهد که پیش‌بینی‌های مدل با مقادیر واقعی تطابق خوبی دارند. نقاط داده حول خط واقعی متمرکز هستند و اختلاف‌ها اندک است، هرچند در نمونه‌های ۲ و ۱۴ اختلاف جزئی مشاهده شد.



شکل ۱۴. مقایسه مقادیر واقعی و پیش‌بینی شده مقاومت شکست (σ_1) برای سنگ تراکیت میزوهو

مقادیر عددی در جدول (۵) نشان می‌دهد که مدل توانسته روند تغییرات σ_1 را با توجه به σ_2 و σ_3 به خوبی دنبال کند. این نتایج

جدول عددی مربوط به این سنگ (جدول ۷) تأیید می‌کند که مدل توانسته روند تغییرات σ_1 را با دقت بسیار بالا شبیه‌سازی کند و رفتار مکانیکی پایدار و همگن گرانیث را بازتولید نماید.

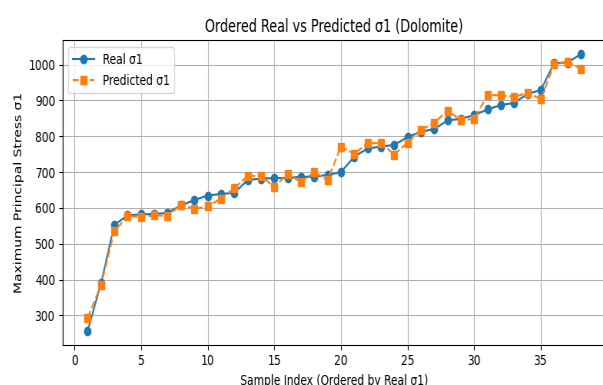
جدول ۷. مقایسه تنش اصلی بیشینه (σ_1) واقعی و پیش‌بینی‌شده در سنگ

گرانیث

تنش اصلی حداقل	تنش اصلی میانی	تنش اصلی حداکثر آزمایش	تنش اصلی حداکثر شبکه عصبی مصنوعی
۰	۰	۲۰۱	۲۳۴
۰	۸۰	۳۱۷	۳۲۶
۲	۴۰	۳۲۸	۳۵۳
۲	۱۰۰	۳۵۵	۳۷۳
۲۰	۲۰	۴۳۰	۴۶۵
۲۰	۶۰	۵۵۴	۵۸۹
۳۸	۳۸	۶۲۰	۶۱۹
۶۰	۹۰	۸۱۱	۸۰۶
۶۰	۱۱۴	۸۲۱	۸۲۷

۳-۳-۵. سنگ دولومیت دونهام

برای دولومیت دونهام، نمودار تطبیقی در شکل (۱۷) ارائه شده است. نقاط پیش‌بینی‌شده با داده‌های واقعی هم‌پوشانی قابل توجهی دارند و اختلاف‌ها تنها در نمونه‌هایی با تنش بالاتر مشاهده شد.



شکل ۱۷. مقایسه مقادیر واقعی و پیش‌بینی‌شده مقاومت شکست (σ_1) برای سنگ دولومیت دونهام

تأیید می‌کند که شبکه عصبی توسعه‌یافته قادر به شبیه‌سازی رفتار مکانیکی پیچیده و مقاوم این سنگ دگرگونی است.

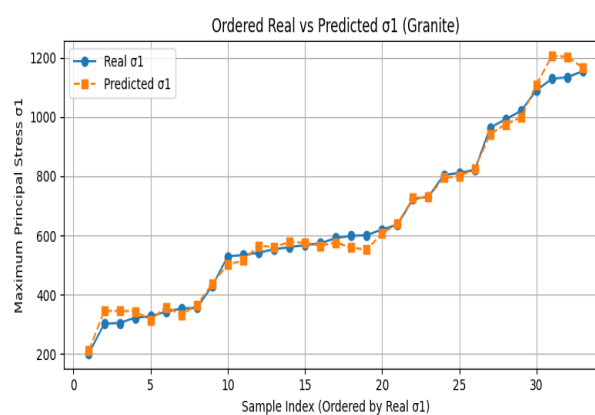
جدول ۶. مقایسه تنش اصلی بیشینه (σ_1) واقعی و پیش‌بینی‌شده در سنگ

آمفیبولیت KTB

تنش اصلی حداقل	تنش اصلی میانی	تنش اصلی حداکثر آزمایش	تنش اصلی حداکثر شبکه عصبی مصنوعی
۰	۱۴۹	۲۹۱	۳۰۴
۳۰	۲۹۸	۶۳۷	۶۴۴
۶۰	۶۰	۷۰۲	۶۹۶
۶۰	۲۹۹	۸۲۸	۸۲۷
۶۰	۱۹۹	۸۱۶	۸۳۵
۶۰	۳۴۷	۸۸۷	۹۱۹
۶۰	۱۵۵	۷۴۵	۷۹۶
۱۰۰	۲۴۸	۹۴۵	۹۴۴
۱۰۰	۲۶۹	۸۹۲	۸۹۵

۳-۳-۴. سنگ گرانیث

در سنگ گرانیث، نمودار تطبیقی در شکل (۱۶) نشان‌دهنده تطابق نزدیک مقادیر پیش‌بینی‌شده با داده‌های واقعی است. حتی در نمونه‌هایی با مقاومت بالا، اختلاف‌ها اندک و قابل قبول هستند.



شکل ۱۶. مقایسه مقادیر واقعی و پیش‌بینی‌شده مقاومت شکست (σ_1) برای سنگ گرانیث

جدول ۹. میانگین درصد تاثیر تنش میانی بر σ_1 با برای ماسه سنگ

σ_3	آزمایش‌های انجام شده با $\sigma_2 = \sigma_3$	آزمایش‌های انجام شده با $\sigma_2 \neq \sigma_3$	میانگین درصد تاثیر تنش میانی بر σ_1
۱۵	۱	۵	٪۱۰/۳۴
۲۰	۱	۸	٪۳/۹۹
۳۰	۱	۷	٪۱۵
۴۰	۱	۸	٪۱۷/۹۶

در تراکیت میزوهو (جدول ۱۰)، میانگین با افزایش σ_3 از ۴۵ به ۱۰۰ کیلوپاسکال، روندی ملایم اما صعودی دارد. این مقدار از ٪۱۸/۷ ($\sigma_3=45$) به ٪۲۰/۱ ($\sigma_3=100$) می‌رسد. پراکندگی کم این اعداد (حدود ۱۸ تا ۲۰٪) حاکی از آن است که در این سنگ، تأثیر σ_2 بر افزایش مقدار σ_1 مشاهده می‌شود.

جدول ۱۰. میانگین درصد تاثیر تنش میانی بر σ_1 برای تراکیت میزوهو

σ_3	آزمایش‌های انجام شده با $\sigma_2 = \sigma_3$	آزمایش‌های انجام شده با $\sigma_2 \neq \sigma_3$	میانگین درصد تاثیر تنش میانی بر σ_1
۴۵	۱	۷	٪۱۸/۷
۶۰	۱	۶	٪۱۸/۸
۷۵	۱	۶	٪۱۹/۵
۱۰۰	۱	۵	٪۲۰/۱

این در آمفیبولیت KTB (جدول ۱۱)، رفتار متفاوت‌تری مشاهده می‌شود. در $\sigma_3=30$ کیلوپاسکال، میانگین تأثیر به حداکثر مقدار ٪۴۳/۳ می‌رسد که نشان‌دهنده حساسیت زیاد این سنگ به تنش میانی در محدوده تنش‌های پایین است. با افزایش σ_3 به ۱۵۰ کیلوپاسکال تأثیر تنش میانی به ٪۷/۳ می‌رسد.

جدول عددی این سنگ (جدول ۸) نشان می‌دهد که مدل توانسته اثر هم‌زمان تنش‌های میانی و کمینه را در مقاومت فشاری این سنگ کربناته لحاظ کند و تغییرات σ_1 را به دقت پیش‌بینی نماید.

جدول ۸. مقایسه تنش اصلی بیشینه (σ_1) واقعی و پیش‌بینی‌شده در سنگ

دولومیت دونهام

تنش اصلی حداکثر شبکه عصبی مصنوعی	تنش اصلی حداکثر آزمایش	تنش اصلی میانی	تنش اصلی حداقل
۳۱۹	۲۵۷	۰	۰
۴۸۰	۵۰۰	۹۱	۲۵
۴۸۹	۴۸۸	۴۵	۴۵
۵۶۷	۵۶۸	۶۵	۶۵
۷۵۰	۷۴۳	۲۳۰	۸۵
۶۴۳	۶۳۹	۱۸۳	۴۵
۶۲۲	۶۳۶	۱۱۳	۶۵
۷۱۶	۶۸۷	۲۰۸	۶۵
۶۷۵	۶۷۹	۱۰۵	۱۰۵

۴-۳. تأثیر تنش میانی بر σ_1 در سنگ‌های مختلف

به منظور کمی‌سازی تأثیر تنش میانی (σ_2) بر تنش بیشینه در شرایط تنش حقیقی ($\sigma_2 \neq \sigma_3$)، میانگین درصد افزایش σ_1 نسبت به حالت متعارف $\sigma_2=\sigma_3$ برای هر سطح از تنش محصورکننده σ_3 محاسبه گردید. نتایج این محاسبات برای پنج نوع سنگ شامل ماسه‌سنگ، تراکیت میزوهو، آمفیبولیت KTB، گرانیت و دولومیت دونهام در جداول ۹ تا ۱۳ ارائه شده است.

جدول ۹ نتایج مربوط به ماسه‌سنگ را نشان می‌دهد. میانگین تأثیر تنش میانی در $\sigma_3=15$ کیلوپاسکال برابر ٪۱۰/۳۴ است. با افزایش σ_3 به ۲۰ کیلوپاسکال، این مقدار به ٪۳/۹۹ کاهش می‌یابد. در $\sigma_3=40$ کیلوپاسکال به ٪۱۷/۹۶ افزایش می‌یابد.

بنابراین در ماسه‌سنگ، حداکثر تأثیر σ_2 در $\sigma_3=40$ کیلوپاسکال مشاهده می‌شود. هرچند مقادیر مطلق تأثیر نسبت به سنگ‌های دیگر کمتر است (حداکثر حدود ٪۱۸)، اما وجود این تأثیر ممکن است ناشی از جنس و ساختار سنگ باشد.

جدول ۱۳. میانگین درصد تاثیر تنش میانی بر σ_1 با برای دولومیت دونهام

میانگین درصد تاثیر تنش میانی بر σ_1	آزمایش های انجام شده با $\sigma_2 = \sigma_3$	آزمایش های انجام شده با $\sigma_2 \neq \sigma_3$	σ_3
۳۵٪	۱	۶	۲۵
۲۷/۵٪	۱	۷	۴۵
۱۹/۵٪	۱	۶	۶۵
۲۱/۲٪	۱	۶	۸۵
۲۰/۱٪	۱	۷	۱۰۵
۲۲٪	۱	۷	۱۲۵

نتایج این آزمایش ها نشان می دهد که حداکثر تاثیر تنش میانی در محدوده تنش های محصور کننده کمتر از ۳۰ کیلو پاسکال رخ می دهد و می تواند تا بیش از ۵۰٪ افزایش مقاومت را موجب شود.

۴. نتیجه گیری

در این مقاله، رفتار مقاومت شکست سنگ ها تحت شرایط تنش سه محوری واقعی با تمرکز ویژه بر نقش تنش اصلی میانی (σ_2) مورد بررسی قرار گرفت و یک مدل مبتنی بر یادگیری عمیق برای پیش بینی تنش اصلی بیشینه (σ_1) توسعه داده شد. با بررسی های انجام شده در این مقاله، نتایج زیر قابل استنباط است:

(۱) در تمامی سنگ های مورد مطالعه شامل ماسه سنگ، تراکیت میزوهو، آمفیبولیت KTB، گرانیت و دولومیت دونهام، رابطه ای غیرخطی میان σ_2 و σ_1 وجود دارد. این یافته به طور روشن بیانگر آن است که تنش میانی نقش مؤثری در افزایش مقاومت شکست سنگ ها ایفا می کند و نادیده گرفتن آن می تواند منجر به برآورد غیرواقعی مقاومت سنگ گردد.

(۲) تحلیل نتایج آزمایشگاهی همچنین نشان می دهند که افزایش تنش اصلی کمینه (σ_3) از طریق اعمال فشار محصور کننده، اثر تقویت کننده ای بر ظرفیت باربری سنگ ها دارد و سبب افزایش شکل پذیری سنگ می شود. با وجود تفاوت های ذاتی در بافت، منشأ زمین شناسی و دامنه مقاومتی سنگ ها، الگوی کلی تاثیر

جدول ۱۱. میانگین درصد تاثیر تنش میانی بر σ_1 با برای آمفیبولیت KTB

میانگین درصد تاثیر تنش میانی بر σ_1	آزمایش های انجام شده با $\sigma_2 = \sigma_3$	آزمایش های انجام شده با $\sigma_2 \neq \sigma_3$	σ_3
۴۳/۳٪	۱	۵	۳۰
۱۷/۹٪	۱	۹	۷۵
۱۷/۷٪	۱	۸	۱۰۰
۷/۳٪	۱	۹	۱۵۰

جدول ۱۲ نتایج مربوط به گرانیت را نشان می دهد. میانگین تاثیر تنش میانی در $\sigma_3=2$ کیلو پاسکال برابر ۴۶/۸٪ است. در $\sigma_3=20$ و ۳۸ کیلو پاسکال به ترتیب به ۳۳/۱٪ و ۱۸/۳٪ می رسد و سپس در محدوده $\sigma_3=60$ تا ۱۰۰ کیلو پاسکال در حدود ۱۱٪ تا ۱۳٪ تثبیت می شود.

جدول ۱۲. میانگین درصد تاثیر تنش میانی بر σ_1 با برای گرانیت

میانگین درصد تاثیر تنش میانی بر σ_1	آزمایش های انجام شده با $\sigma_2 = \sigma_3$	آزمایش های انجام شده با $\sigma_2 \neq \sigma_3$	σ_3
۴۶/۸٪	۱	۵	۲
۳۳/۱٪	۱	۹	۲۰
۱۸/۳٪	۱	۷	۳۸
۱۲/۲٪	۱	۴	۶۰
۱۱/۱٪	۱	۴	۷۷
۱۳/۲٪	۱	۵	۱۰۰

در دولومیت دونهام (جدول ۱۳)، داده ها نشان می دهد که میانگین تاثیر تنش میانی در $\sigma_3=25$ کیلو پاسکال برابر ۳۵٪ بوده و سپس با افزایش σ_3 روند کاهشی ملایمی دارد. وجود نوسان هایی بین ۱۹ تا ۲۲٪ در تنش های بالاتر از ۶۵ کیلو پاسکال ممکن است ناشی از پراکندگی ذاتی داده ها یا ناهمگنی نمونه ها باشد.

- engineering practice," in Proc. Int. Symp. on Rock Joints, Loen, Norway, 1990, pp. 603-610.
- [6] F. D. Patton, "Multiple modes of shear failure in rock," in Proc. 1st Congr. Int. Soc. Rock Mech., Lisbon, Portugal, 1966, vol. 1, pp. 509-513.
- [7] N. R. Barton, "Review of a new shear strength criterion for rock joints," Eng. Geol. Journal, vol. 7, no. 4, pp. 287-332, 1973.
- [8] E. Hoek and E. T. Brown, Underground Excavations in Rock. London, UK: Instn Min. Metall, 1980.
- [9] G. Yin, M. Li, J. G. Wang, J. Xu, and W. Li, "Mechanical behavior and permeability evolution of gas infiltrated coals during protective layer mining," Int. J. Rock Mech. Min. Sci., vol. 80, pp. 292-301, 2015.
- [10] M. Li, G. Yin, J. Xu, W. Li, Z. Song, and C. Jiang, "A novel true triaxial apparatus to study the geomechanical and fluid flow aspects of energy exploitations in geological formations," Rock Mech. Rock Eng., vol. 49, pp. 4647-4659, 2016.
- [11] S. L. Chen and Y. N. Abousleiman, "Wellbore stability analysis using strain hardening and/or softening plasticity models," Int. J. Rock Mech. Min. Sci., vol. 93, pp. 260-268, 2017.
- [12] S. Rukhaiyar and N. K. Samadhiya, "Strength behaviour of sandstone subjected to polyaxial state of stress," Int. J. Min. Sci. Technol., vol. 27, pp. 889-897, 2017.
- [13] S. Rukhaiyar, G. Sajwan, and N. K. Samadhiya, "Strength behavior of plain cement concrete subjected to true triaxial compression," Can. J. Civ. Eng., vol. 45, pp. 179-196, 2018.
- [14] Y. Chen, J. Xu, S. Peng, F. Yan, and C. Fan, "A Gas-Solid-Liquid Coupling Model of Coal Seams and the Optimization of Gas Drainage Boreholes," Energies, vol. 11, p. 560, 2018.
- [15] B. Jiang, S. Gu, L. Wang, G. Zhang, and W. Li, "Strain burst process of marble in tunnel-excavation-induced stress path considering intermediate principal stress," J. Rock Mech. Geotech. Eng., 2019.
- [16] H. Gao, D. Zhang, J. Lu, G. Yin, and M. Wu, "Experimental study on influence of intermediate principal stress on the permeability of sandstone," Rock Mech. Rock Eng., 2020.
- [17] Z. Wang and Q. Liu, "Failure criterion for soft rocks considering intermediate principal stress," Int. J. Rock Mech. Min. Sci., 2021.
- هم‌زمان σ_2 و σ_3 بر σ_1 در همه نمونه‌ها مشاهده شد که بیانگر وجود یک روند مکانیکی منسجم تحت شرایط تنش سه‌محوری واقعی است.
- (۳) مدل یادگیری عمیق توسعه‌یافته می‌تواند این روابط پیچیده و غیرخطی مقاومت شکست سنگ بر اساس تنش‌های همه‌جانبه آزمایش سه‌محوری را با دقت بالا بازنمایی کند. ارزیابی عملکرد مدل برای هر سنگ به‌صورت جداگانه نشان داد که مقادیر پیش‌بینی‌شده σ_1 تطابق مناسبی با داده‌های آزمایشگاهی دارد و R^2 بالا، دقت و پایداری مدل را تأیید می‌کنند. اگرچه در سنگ‌های با مقاومت بالا و رفتار مکانیکی پیچیده‌تر مانند آمفیبولیت KTB میزان خطا افزایش نسبی داشت، اما مدل یادگیری عمیق توسعه‌یافته با تقریب قابل قبولی تغییرات σ_1 را به درستی پیش‌بینی نمود.
- (۴) تحلیل تنش میانی (σ_2) تأثیر قابل توجهی بر مقاومت بیشینه (σ_1) نوع سنگ مورد بررسی دارد، ولی این تأثیر به سطح تنش کمینه (σ_3) و نوع سنگ وابسته است. بیشترین تأثیر در σ_3 کمتر از ۳۰ کیلوپاسکال مشاهده می‌شود.

منابع

- [1] H. Yu, A. D. T. Faras Al Balushi, and H. Wang, "Machine learning for rock mechanics problems; an insight," Frontiers, vol. 17, 2022.
- [2] Z. Zheng, R. L. Pengzhi Pan, J. Qi, G. Su, and H. Zheng, "Shear failure behaviors and degradation mechanical model of rock mass under true triaxial multi-level loading and unloading shear tests," Elsevier, vol. 24, 2024.
- [3] H. Xie, J. L. Cunbao Li, M. Li, and M. Gao, "Experimental study on the mechanical and failure behaviors of deep rock subjected to true triaxial stress: A review," Elsevier, 2022.
- [4] H. Li, L. P. Zhenjiang You, and D. Smeulders, "Stress-dependent instantaneous cohesion and friction angle for the Mohr-Coulomb criterion," Elsevier, vol. 16, 2024.
- [5] N. R. Barton and S. C. Bandis, "Review of predictive capabilities of JRC-JCS model in

- [18] W. You, F. Dai, Y. Liu, H. Du, and R. Jiang, "Investigation of the influence of intermediate principal stress on the dynamic responses of rocks subjected to true triaxial stress state," *Rock Mech. Rock Eng.*, 2021.
- [19] F. Wang, X. T. Feng, Y. Zhou, and X. Yu, "Experimental study on failure evolution mechanism of clastic rock considering cementation and intermediate principal stress," *Rock Mech. Rock Eng.*, 2022.
- [۲۰] م. مطهری و س. اداوی، «مقایسه عملکرد شبکه عصبی مصنوعی و رگرسیون خطی در مدل‌سازی و پیش‌بینی تنش میانی شکست سنگ»، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه اراک، اراک، ایران، ۱۴۰۱.
- [21] Y. Sun, F. Fei, L. N. Y. Wong, and J. Choo, "Intermediate principal stress effects on the 3D cracking behavior of flawed rocks under true triaxial compression," *J. Geophys. Res. Solid Earth*, 2024.
- [22] F. Feng, Z. Xie, S. Chen, D. Li, S. Peng, and T. Zhang, "True triaxial unloading test on the mechanical behaviors of sandstone: Effects of the intermediate principal stress and structural plane," *Rock Mech. Rock Eng.*, 2024.
- [23] Z. Wu, Y. Zheng, B. Deng, and S. Deng, "Influence of intermediate principal stress on rock strength: insights from closed crack evolution under true triaxial compression," *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 2025.
- [۲۴] سیاه منصوری، اصغر و جلالی‌فر، حسین، «پیش‌بینی مکانیزم گسیختگی سنگ در شرایط سه بعدی بالا با استفاده از روش‌های تجربی و رگرسیون خطی»، روش‌های تحلیلی و عددی در مهندسی معدن، شماره ۲۲، بهار ۱۳۹۹، صفحه ۴۹-۵۸.